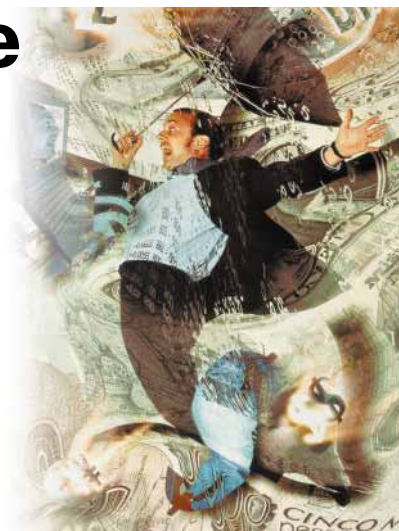


Случайное блуждание и ценообразование на биржевых рынках

Проблемы случайности и детерминированности поведения биржевых рынков продолжают волновать ведущих экономистов и бурно обсуждаются в современной экономической литературе. Теория детерминированного хаоса — это одно из самых популярных научных направлений в современном естествознании и общественном знании. Методы случайного блуждания заняли прочное положение в экономической теории и биржевой практике. В настоящей статье рассматривается история развития моделирования биржевых цен методами геометрического случайного блуждания и даются основные концепции, используемые в практическом моделировании ценообразования биржевых активов.



Теория спекуляции Луи Башелье — хаотическое начало

В начале XX века французский математик Луи Башелье представил к защите в Высшей общей школе в Париже докторскую диссертацию под названием «Теория спекуляции», где предложил оригинальную модель ценообразования акций на Парижской бирже. Башелье использовал идею броуновского движения для моделирования ценообразования на биржевых рынках. Спекулянты бомбардируют биржу случайными потоками заявок двух типов — приказов на покупку и приказов на продажу. Потоки заявок, в

свою очередь, бомбардируют цену актива и приводят к колебаниям биржевых цен. Башелье перешел от самой цены к величине приращения цены за рассматриваемый период времени. В случае, если число заявок на покупку превышало число заявок на продажу за тот же временной период, то цена биржевого актива возрастала на небольшую положительную постоянную величину, которую Башелье назвал квантом. В противном случае цена актива падала. Приращение цены вело себя как случайная величина. Случайный поток заявок приводил к случайному изменению цены биржевого актива. Самым интересным и интригующим оказался тот факт, что полностью отсутствовала стати-

стическая зависимость между изменениями цены в разные моменты времени. Величина коэффициента корреляции приращения цены биржевого актива для различных временных периодов оказалась равной нулю! Сегодняшнее изменение цены актива никак не зависело от вчерашнего изменения цены. Невозможно было предсказать будущее приращение цены финансового инструмента, используя всю информацию о ценах в прошлом.

Открытие Башелье было слишком сложным не только для спекулянтов-практиков, но и для ученых-экономистов, которым потребовалось еще около полувека, чтобы понять и оценить в полной мере то, что сделал Башелье. Лишь после Второй миро-

Ботаник, перевернувший финансовую экономику

Доктор Роберт Браун, выпускник факультета медицины Эдинбургского университета, сразу же после окончания alma mater был приглашен известным британским географом и мореплавателем капитаном Метью Флайндерсом участвовать в качестве судового врача и натуралиста в экспедиции по изучению северного побережья Австралии. Покинув неизвестным судовым медиком берега Туманного Альбиона в 1801 году, Браун вернулся на родину в конце 1805 года знаменитым ботаником, к этому времени собрав на Австралийском континенте и на островах Южных морей уникальный гербарий из 4000 новых видов растений, ранее неизвестных науке. Так произошел первый крутой поворот в профессиональной судьбе молодого шотландского медика, который прославился как создатель морфолого-эмбрионального направления в изучении растений, открыл существование ядер в растительных клетках и разделил все растительное царство на покрытосеменные и голосеменные растения.

За свою долгую жизнь Браун сделал немало выдающихся открытий в биологии, однако звездный час в его жизни наступил лишь спустя двадцать два года после возвращения в Соединенное Королевство. Жарким летом 1827 года ученый решил рассмотреть под микроскопом споры ликопоидия, которые были взвешены в капле жидкости на предметном стекле. То, что он увидел, склонившись в лаборатории над окуляром бронзового микроскопа, совершенно его потрясло и далеко превзошло все самые смелые ожидания. В освещенном поле микроскопа мертвые споры внезапно ожили и стали отплясывать странный бесконечный хаотический танец. Стерлась грань между живым и мертвым. Свои загадочные, фантастические результаты, которые полностью противоречили как здравому смыслу, так и науке того времени, Браун подробно описал в статье, представленной в Королевское научное общество, снабдив ее несколькими длинными по современным научным меркам названием: «Краткое описание микроскопических наблюдений, проведенных в месяцах июне, июле и августе 1827 года, о частицах, находящихся в пыли растений и о всеобщем существовании активных частиц в живых и мертвых телах».

вой войны экономисты начинают активно использовать методы случайных блужданий в своих исследованиях. Здесь следует особо отметить новаторские работы известного английского статистика Кендалла по анализу краткосрочного поведения цен инструментов фондового и сырьевого рынков США, которые были опубликованы в 1953 г. В них было впервые показано отсутствие временных корреляций во временных рядах и продемонстрирована пригодность использования модели случайного блуждания для моделирования процессов ценообразования на биржевых рынках. Результаты Башелье и Кендалла легли в основу теории эффективного рынка, которая образует фундамент современной финансовой экономики и определяет основное научное направление развития исследований биржевых рынков. Основной вывод этого теоретического подхода может быть сформулирован так: «Экономический мир – лишь плод случайности».

Теория Доу – детерминированный подход

Основное положение теории Доу гласит, что существуют три вида движения биржевых цен. Первичный цикл продолжается в течение года. Вторичный цикл имеет период от недели до месяца. На них накладываются случайные флуктуации, которые невозможно предугадать. Сам Доу говорил, что эта идея

пришла к нему в голову, когда он наблюдал океанские волны на нью-йоркском пустынном пляже. Согласно Доу, первичный и вторичный циклы являются детерминированными движениями, и инвесторам следует следить за этими изменениями в процессе принятия инвестиционных решений. Тем самым Чарльз Доу заложил теоретическую основу технического анализа биржевых рынков. Разложение потока биржевых цен на составляющие получило название декомпозиции данных. Любой инвестор при анализе движения биржевых цен выделяет значимую структуру, которая влияет на процесс принятия решений. Так, выделение инвестором начала положительного тренда может привести к открытию длинной позиции по рассматриваемому активу. Напротив, определение точки окончания бычьего тренда приведет к закрытию длинной позиции по биржевому инструменту. Разница между данными и выделенными значимыми структурами определяется как случайные биржевые флуктуации. Флуктуации не оказывают влияния на процесс принятия инвестиционных решений участником биржевого рынка. Следовательно, любой участник рынка разлагает наблюдаемые им биржевые данные на значимые паттерны и случайные флуктуации. Важной особенностью процесса декомпозиции является принципиальная невозможность наблюдения значимых паттернов и флуктуаций участника

ми рынка. Это означает субъективность процесса декомпозиции. Каждый участник рынка по-своему выделяет значимые паттерны, и от этого зависит поток заявок, который поступает на биржевой рынок от данного участника. Одни и те же биржевые данные интерпретируются различными участниками рынка по-разному: для одних инвесторов это бычий тренд, для других – медвежий. Именно благодаря этому становится возможным само существование биржевого рынка, когда на один и тот же биржевой инструмент одновременно находятся как продавцы, так и покупатели. Различная субъективная интерпретация наблюдаемых биржевых данных вызывает различные коллективные действия участников рынка, а коллективные действия приводят к возникновению значимых паттернов в динамике биржевых цен. Тем самым, цена биржевого актива начинает выступать в роли координатора действий всех участников биржевого рынка, которые имеют равнодоступную информацию. В истории биржевых рынков хорошо известны случаи, когда участники рынка охотились за информацией о поведении успешных лидеров рынка. Известны также истории о том, как успешные спекулянты пытались манипулировать поведением участников биржевого рынка путем сознательной дезинформации биржевой общественности о своих будущих действиях.

Так было открыто броуновское движение, о существовании которого знает сегодня любой ученик средней школы. Однако наблюдения Брауна были совершенно необъяснимы для его современников, незнакомых с теорией атомарного строения вещества, а сама природа броуновского движения была покрыта непроницаемой тайной и долгое время оставалась недоступной естествоиспытателям. Какая таинственная сила заставляет двигаться мертвые частицы? Почему траектория движения частиц представляет собой набор прямолинейных отрезков? Почему частицы внезапно изменяют свое направление движения безо всяких видимых причин? Почему длина отрезков и угол между ними – случайные величины? Почему траектории движения различных частиц никогда не повторяют друг друга? Существует ли какая-нибудь скрытая закономерность в движении частиц? Все эти вопросы оставались долгое время без какого-нибудь убедительного ответа.

Прошло почти 80 лет с момента открытия броуновского движения до разрешения его загадки Эйнштейном, который впервые дал количественное описание процесса хаотической бомбардировки малой частицы молекулами жидкости.

Золотая жила краеведа Чарльза Доу

Спустя четверть века после открытия Брауна, в другом полушарии в маленьком захолустном городке Стерлинг, что в штате Коннектикут, в многодетной семье бедного фермера 6 ноября 1851 года родился Чарльз Доу, сыгравший впоследствии выдающуюся роль в развитии информационной инфраструктуры американского фондового рынка. Его отец скончался, когда мальчику было всего шесть лет. Семья попала в чрезвычайно сложное материальное положение. Мальчик был вынужден сам зарабатывать свой хлеб. Перепробовав всевозможные рабочие специальности, Чарльз в конце концов остановился на журналистике и в 21 год стал собственным корреспондентом газеты «The Springfield Daily Republican», где заинтересовался вопросами исторического краеведения. Самоучка Доу обладал литературным даром, много читал, легко обучался и быстро заработал репутацию блестящего историка-краеведа Восточного побережья США.

В 1879 году в Колорадо были открыты богатые месторождения золота, и в Западном полушарии вспыхнула золотая лихорадка. Все жаждали быстрого обо-

Выделение детерминированных движений цен Чарльзом Доу и необходимость следовать им при инвестировании прямо противоречит теории эффективного рынка, которая утверждает принципиальную невозможность использования открытой биржевой информации для получения долгосрочных конкурентных преимуществ. Таким образом, мы сталкиваемся с важнейшим противоречием между положениями современной экономической теории и основными постулатами технического анализа. Важнейшим положением современного технического анализа биржевых рынков является утверждение: «В экономическом мире существует некий порядок».

Создатель кибернетики дал оружие валютным спекулянтам

Своего рода компромиссом между чисто стохастической трактовкой Башелье и детерминированным подходом Доу стала теория Ноберта Винера, создателя новой науки об управлении системами – кибернетики. При этом достоверно известно, что Винер не знал результатов своих предшественников. Для адекватного описания динамики биржевых процессов важно равным образом учитывать как их стохастичность, так и их детерминированность.

Ноберт Винер еще в 1923 г. разработал математически совершенную теорию случайных блужданий. Сегодня случайные процессы, отвечающие требованиям теории Винера, называется винеровскими. Это была изящная и строгая теория без всяких намеков на её возможное практическое применение. Однако недаром говорят, что нет ничего практичнее хорошей теории. В наши дни винеровские процессы составляют теоретическую базу для расчетов динамики биржевых цен, производства ВВП и вошли во все базовые курсы и учебники по экономике. Другими словами, отец кибернетики разработал универсальный инструмент для спекулянтов всех бирж мира.

Основное уравнение теории Винера, которое определяло изменение случайной величины x во времени, имело вид

$$dx = \alpha dt + \sigma d\omega, \quad (1)$$

где α и σ – постоянные величины.

Приращение случайной величины dx за малый интервал времени dt состояло из двух слагаемых. Первый член описывал детерминированное приращение величины, которое пропорционально продолжительности временного интервала αdt , а второй член определял стохастичность изменения случайной величины $\sigma d\omega$. Постоянная величина σ имеет смысл среднеквадратичного отклонения, характеризует сте-

пень риска случайного изменения величины и в теории биржевой торговли получила название **волатильности** финансового инструмента или актива.

Особенностью винеровского процесса является пропорциональность волатильности или среднеквадратичного отклонения величины квадратному корню из продолжительности временного интервала. Поэтому уравнение (1) часто записывают в виде

$$dx = \alpha dt + \sigma \varepsilon(0, 1) \sqrt{dt}, \quad (2)$$

где $\varepsilon(0, 1)$ – это случайная величина, распределенная по нормальному закону с нулевым средним значением и дисперсией, равной единице. Такие случайные величины иногда называют гауссовыми в честь Карла Гаусса, который открыл этот закон распределения вероятностей.

Предположим, что относительная цена биржевого инструмента изменялась на недельном интервале со среднеквадратичным отклонением 0.01. Тогда в случае винеровского процесса относительное изменение цены на 2-недельном интервале будет иметь среднеквадратичное отклонение 0.0141. (Напомним читателю, что $\sqrt{2} = 1,41$). За четыре недели среднеквадратичное отклонение относительного изменения цены рассматриваемого финансового инструмента достигнет величины 0.02. Почему?

гащения, и толпы людей со всех городков и округов, включая самое глухое американское захолустье, бросив свои семьи и все свои повседневные дела, хлынули в никому не ведомый ранее крохотный поселок Ледвилль, золотую столицу штата Колорадо, знаменитый горнодобывающий центр, вокруг которого были обнаружены обширные золотые залежи. Репортер Доу не мог остаться в стороне от таких событий в общественной жизни Северо-Американских Соединенных Штатов (САСШ), как называли эту страну в Европе в те годы, и упустить исторически важный и интересный журналистский материал. Так вместе с разношерстными искателями приключений и удачи в самом центре пустыни Колорадо оказался и наш герой. Здесь он впервые знакомится с романтическим бытом простых старателей, а также лично встречается с финансовыми гениями, крупными воротилами золотодобывающей промышленности и просто колоритными фигурами промышленно-финансовой элиты США. Чарльз Доу быстро понял, что занятия финансовой журналистикой не менее интересны и захватывающи, чем кропотливое изучение истории родного края. Именно здесь Доу начал писать о финансовых аспектах горнодобывающей промышленности вообще и о

золотой лихорадке в частности. Это была удача, которая резко изменила всю жизнь журналиста-краеведа. Чарльз Доу нашел свою самую главную золотую жилу: он специализируется на анализе стоимости ценных бумаг крупнейших горнодобывающих компаний США, которые котируются на Нью-Йоркской фондовой бирже (NYSE).

В 1880 году Доу переезжает в Нью-Йорк, столицу фондового рынка Америки, где через два года создает вместе со своим другом и партнером Эдуардом Д. Джонсом компанию «Доу, Джонс и Ко», которая располагалась в крохотной комнате по адресу Уолл-Стрит 15, рядом с NYSE. С 1883 года «Доу, Джонс и Ко» начинает издавать маленький листок с биржевыми котировками, который со временем превратится в могущественный и влиятельный в мире международного бизнеса The Wall Street Journal. В течение 20 лет Чарльз Доу ежедневно пишет передовые статьи, где дает анализ текущих финансовых и инвестиционных проблем. Накопленный Чарльзом Доу огромный материал был обработан уже после его смерти в 1902 году и получил широкую известность среди участников биржевых рынков как Теория Доу.

Александр Ильинский

В одном из предыдущих номеров «ВС»¹ была рассмотрена многопериодная биномиальная модель ценообразования на биржевых рынках, которая показывает, что в предельном случае уменьшения временного шага и увеличения числа временных периодов цена биржевого актива распределена по логарифмически нормальному закону. С учетом этого, следует сделать подстановку $x = \ln(S)$ в уравнение (2), где S – цена биржевого актива. Тогда уравнение можно переписать в виде

$$\frac{dS}{S} = \alpha dt + \sigma \varepsilon(0,1) \sqrt{dt} \quad (3)$$

Умножая обе части равенства на S , получаем в итоге

$$dS = \alpha S dt + \sigma S \sqrt{dt} \varepsilon(0,1) \quad (4)$$

Говорят, что финансовый инструмент, цена которого определяется по формуле (4), совершает гео-

метрическое случайное блуждание.

Полученное уравнение описывает изменение цены биржевого актива. Величина α задает годовую ожидаемую ставку доходности актива, а величина σ задает годовую волатильность и характеризует «стохастичность» актива, что определяет уровень рыночного риска. Для правильного расчета по формуле (4) необходимо корректно задать масштаб времени. Если нам известна годовая волатильность, то необходимо задать временной масштаб, в котором год соответствует 1, а месяц соответствует 1/12, или 0.08333. Временной интервал 1 год и 3 месяца будет равен 1.25. Чему соответствует интервал 33 месяца? (Ответ см. в конце статьи.)

Поставим себе вопрос, как рассчитать возможную цену актива через время t . Для этого мы должны знать начальную цену инструмента S_0 , годовую ожидаемую ставку доходности α и годовую волатиль-

ность актива σ . Затем мы подставим все эти значения в уравнение

$$S(t) = S_0 \exp \left[\left(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma \int_0^t d\omega \right] \quad (5)$$

Все приведенные выше формулы легко вычисляются на любом компьютере с помощью Microsoft Excel. Практическая реализация вычислений биржевых цен методом случайных блужданий будет дана в одном из ближайших номеров журнала. **ВС**

Ответ к задаче: 33 месяца = 2.75.

Александр Ильинский

¹ Биномиальное дерево и многопериодные модели биржевых цен. А. Ильинский. Валютный спекулянт, 2000, № 9 (11), с. 46-49.