

Правда о фракталах



В последнее время на страницах «Валютного спекулянта» замелькало модное словечко «фрактал». Причем в статьях М. Чекулаева «Магия фракталов» [2] они описаны как способ предсказания движения цен со стопроцентной вероятностью. Конечно, трейдерам не привыкать к появлению очередного чудодейственного рецепта обогащения (это следствие естественной потребности человека к мифотворчеству), однако в опубликованных статьях не все выдумка, и поэтому полезно все-таки отделить зерна от плевел и разобраться, что есть фрактал и как это понятие можно использовать для работы на рынке.

Что такое фрактал

Смысл традиционного определения фрактала можно объяснить следующим образом. Фрактал – это множество точек, хотя и не всякое множество является фракталом. Любому множеству точек можно приписать некоторое, характеризующее его массивность число, называемое размерностью множества. В простых случаях размерность совпадает с количеством координат, необходимых для задания точки этого множества. Простые множества имеют целую размерность: отрезок – размерность 1, квадрат или круг – два, куб – три. Но некоторые множества имеют дробную размерность. Их и называют фракталами (fraction – дробь). В природе фракталов не существует, но некоторые объекты, характеризующиеся «нерегулярным поведением», можно успешно моделировать с помощью фракталов.

Как распознать фрактал, например, на плоскости? В принципе не сложно. Надо покрыть точки множества маленькими квадратами и посчитать их число, а потом посмотреть, как изменится число квадратов в покрытии, если размер квадрата уменьшить вдвое. Если число квадратов увеличится, например, в 3 или в 2.75 раза, значит перед нами фрактал.

Если вы нарисуете график изменения котировок какой-либо акции (временные интервалы между соседними барами должны быть достаточно маленькими), то в некоторых практических ситуациях фракталы будут достаточно хорошими моделями для такого графика.

Как и всякая модель, фрактал описывает динамику котировок рассматриваемой акции лишь приближенно. Чтобы точность приближения была удовлетворительной, нужно, чтобы на графике было

«много» баров, а сам график вел себя «крайне нерегулярно». Конкретный смысл взятых в кавычки слов определяется условиями той практической задачи, которую предполагается решать.

По определению М. Чекулаева, фрактал – это совокупность пяти баров, расположенных «уголком» вверх или вниз. С традиционным определением фрактала такое «определение» согласуется с трудом. Сказать, что пять – это много, можно лишь с очень большой натяжкой. Да и «нерегулярным» такое поведение котировок не назовешь. Фактически мы имеем две разные позиции: общепринятое определение фрактала (впервые его дал Б. Мандельброт, см. об этом – [1]) и произвольное определение М. Чекулаева. Ссылки последнего на Б. Мандельброта следует признать некорректными, а сами фракталы – как настоящие, так и фракталы в версии М. Чекулаева – следует рассматривать по отдельности.

Ниже мы рассмотрим свойства фракталов в определении Б. Мандельброта, что представляется автору более интересным.

Принципы анализа рынка

Нам будет удобно начать издали. Не задумывались ли вы о том, почему работают на практике методы технического анализа? Кажется бы, жизнь бесконечно разнообразна, каждый день меняются персонажи, мелькающие на околоторном горизонте, возникают новые товары и целые отрасли производства, перекраиваются географические карты, а на графиках неизменно появляются одни и те же конфигурации. Почему такое возможно?

Прежде всего заметим, что технический аналитик имеет дело только с небольшим временным отрезком графика котировок.

Во-вторых, предположим, что рынок предоставлен самому себе. Тогда естественно считать, что на изменение параметров рынка существенное влияние оказывают лишь значения параметров в текущий момент времени и, отчасти, в не слишком далеком прошлом. Если эти предположения выполняются, то динамику рынка можно описать системой дифференциальных уравнений.

Известно, что, если рассматривать решение такой системы на маленьких временных отрезках, то качественное разнообразие используемых уравнений невелико, и почти всегда решение системы будет похоже на одну из «типичных фигур» [3].

Набор этих фигур может зависеть от числа объективных параметров, характеризующих состояние рынка (прежде всего, это котировки), но кроме того, на движение цен могут влиять и скрытые параметры вроде «превалирующих предпочтений», описанных Дж. Соросом в его «Алхимии финансов». Последнее обстоятельство не позволяет пока построить удовлетворительные количественные модели рынка, но не отрицает качественных способов его описания. Заметим, что решение дифференциального уравнения – гладкая функция, значит, и описываемая им динамика должна быть гладкой. А если мы посмотрим достаточно подробный график котировок любой акции или валюты, у нас неизбежно создается впечатление, что он «сильно изломан». Что же, описанная модель не имеет к действительности никакого отношения? На самом деле, имеет.

Здесь уместна аналогия с измерением длины береговой линии. При

измерении мы выберем характерный масштаб (ширину фарватера) и, «срезая» более мелкие изгибы, заменим кривую отрезками прямой. Точно также следует поступать и в данном случае. Чем же определяется этот характерный масштаб при биржевой игре? У каждого инвестора он свой, но все же есть и объективные ограничения.

Первое – это регулярность получения информации данным оператором рынка. На сегодняшний день многие профессионалы имеют возможность получать информацию в режиме реального времени. Масштаб временных интервалов между порциями новой информации достаточно мал.

Более существенным фактором является «финансовое трение». Часто за совершение операций нужно платить комиссионные. Кроме того, на любом рынке есть разница между котировками покупки и продажи. Поэтому, чтобы операция «купил – продал» принесла реальную прибыль, нужно, чтобы рост котировок был существенно больше, чем всякого рода «сопутствующие расходы». «Мелкими» колебаниями можно и нужно пренебречь. Таким образом, если ваш характерный масштаб не слишком мал, гладкая модель будет, скорее всего, давать удовлетворительный результат.

Если же потери прибыли от такого рода сглаживания для вас слишком велики, возникает необходимость в альтернативном подходе, например, в использовании фрактальных моделей.

Пример фрактальной модели

Допустим, фундаментальные факторы, определяющие состояние рынка, достаточно долго остаются неизменными (или меняются мало и медленно). Тогда динамика котировок будет определяться нерегулярным воздействием не слишком существенных обстоятельств. Можно выдвинуть гипотезу (которая непременно нуждается в проверке), что эти обстоятельства имеют случайный характер.

Простейшая модель наблюдаемого движения котировки будет представлять собой так называемое «одномерное броуновское движение». При этом предполагается, что изменение котировки за какой-то период времени есть случайная величина с нормальным законом

распределения, причем математическое ожидание этого изменения равно нулю (то есть увеличение столь же вероятно, как и уменьшение), а дисперсия (разброс параметра) пропорциональна корню квадратному из длины рассматриваемого временного интервала. При этом будущее движение котировки определяется текущими значениями параметра и не зависит от предыстории.

Последнее свойство чаще всего имеет место в физических процессах. Можно предположить, что для динамики котировок оно выполняется не слишком хорошо, хотя бы потому, что трейдеры в своих решениях ориентируются на предысторию. В качестве модели, учитывающей это обстоятельство,



можно попытаться использовать «фрактальное броуновское движение». Определяется оно как обычное броуновское движение с единственным отличием: дисперсия изменения котировки за время t пропорциональна не корню квадратному от времени, т.е. $t^{0.5}$, а пропорциональна t^H , где H – какое-то число, заключенное между нулем и единицей.

Оказывается, что при значениях H , отличных от одной второй, приращения котировки за два соседних интервала времени уже являются коррелированными, причем, если H больше половины, то корреляция положительна, а если меньше – отрицательна. Таким образом, если известно значение H , то с определенной достоверностью (которая тем больше, чем сильнее H отлича-

ется от одной второй) можно прогнозировать будущее изменение котировок на основе прошлых изменений.

Встает вопрос, как найти значение H ? Оказывается, что H связано с фрактальной размерностью графика котировок d формулой $d=2-H$. Размерность графика можно оценить, как мы описывали выше (покрывая его квадратами).

Достаточно подробное изложение этой модели можно найти в книге Р. Кроновера [4]. Там же приведены необходимые компьютерные алгоритмы.

Это не значит, что предлагаемая модель гарантированно принесет вам прибыль, и, соответственно, не надо сразу бросаться программировать. Модель основана на ряде гипотез, наиболее существенные из которых сформулированы выше. Прежде всего следует выяснить, выполняются ли эти гипотезы в вашем случае.

В качестве общих рекомендаций можно ориентироваться на следующие соображения. Долговременные тенденции определяются факторами, лежащими вне финансового рынка. По своему масштабу они наиболее значимы, поэтому в первую очередь следует учитывать их, а это – область фундаментального анализа. Более быстрые процессы, возникающие при смене долговременных тенденций, скорее всего, описываются гладкими моделями, вроде моделей классического технического анализа. И лишь если вы имеете желание и возможность учесть еще более тонкие эффекты, стоит обращаться к фрактальным моделям. При этом следует иметь в виду, что соответствующие модели существенно нелинейны, поэтому, чтобы их правильно идентифицировать (то есть определить значения всех параметров модели), требуется учесть при анализе значительные объемы информации. **ВС**

Михаил Горелов

Литература:

1. Красота фракталов / Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. // М.: Мир, 1993.
2. Магия фракталов / Чекулаев М. // Валютный спекулянт, 2000, № 6, с. 18-22; № 7, с. 40-45; № 8, с. 41-46.
3. Теория катастроф / Арнольд В.И. // М.: Наука, 1990.
4. Фракталы и хаос в динамических системах / Кроновер Р.М. // М.: Постмаркет, 2000.